

Asociación, Dominancia, Errores Estándar y Tests de Robustez

Paola Ballón,

Lima, 1-3 de Septiembre de 2016

Tabita, Kenya

Rabiya, India

Stephanie, Madagascar

Agatha, Madagascar

Dalma, Kenya

Ann-Sophia, Kenya

Valérie, Madagascar



Referencia principal

- Alkire S., J. E. Foster, S. Seth, S. Santos, J. M. Roche, P. Ballón, *Multidimensional Poverty Measurement and Analysis*, Oxford University Press, June 2015, Capítulos 6, y 8.

Asociación y Similitud

El camino recorrido...

Comenzamos definiendo:

- El propósito
- la unidad de Análisis
- las dimensiones

Luego nos detuvimos para analizar los datos, y posteriormente definimos y seleccionamos

- los indicadores, y
- los umbrales de privación

Esta sesión

El objetivo de esta sesión es **analizar** y **comprender** la **asociación** entre pares de indicadores de privación.

Porque es necesario analizar la asociación ?

Para concluir sobre una posible ‘redundancia’

Para identificar:

cuales indicadores están altamente asociados, y
cuales indicadores tienen asociación baja.

Para que sirve el análisis de asociación?

El análisis de asociación nos ofrece las siguientes opciones en el proceso de medición

- Modificar la ponderación de los indicadores altamente asociados
- Combinar algunos indicadores (sub-índice)
- Revisar la justificación de la selección de indicadores
- Adaptar la categorización de indicadores en dimensiones

Multidimensionalidad y Asociación: Una literatura en rápida expansión

La literatura del análisis de la **asociación** entre **indicadores** de **privación múltiples** es compleja e incluye perspectivas diversas

Perspectiva 1: Favorece una asociación baja

- **Alta correlación indica redundancia**
el o los indicadores redundantes no deben ser incluidos
- **Baja redundancia** – justifica la construcción de una medida multidimensional
- Ranis, Samman, y Stewart, 2006; McGillivray y White, 1993.

Multidimensionalidad y Asociación

Perspectiva 2: Favorece la alta asociación

- Alta asociación favorece la construcción de medidas robustas
Ejemplo: Índices compuestos tradicionales
Estos se concentran en una medición marginal de pobreza e ignoran la distribución conjunta
- Por lo tanto indicadores con asociación baja no deben incluirse en la medida.
- Saisana, M., A. Saltelli, and S. Tarantola 2005, Foster, McGillivray, and Seth, 2012; *Handbook of Composite Indicators*; OECD, 2008;

Multidimensionalidad y Asociación

Nuestra perspectiva (tentativa): ni una ni la otra

- Los aspectos éticos son fundamentales
- **Si dos indicadores tienen una asociación alta**, ambos pueden incluirse por razones normativas o de política pública
- **Si los indicadores tienen una asociación baja**, ambos pueden incluirse si cada uno es individualmente importante

Definiciones

Dos conceptos clave en el análisis de indicadores múltiples de privación son la asociación y la similitud.

Ambos conceptos se emplean cuando el análisis involucra variables dicotómicas o categóricas.

Asociación – es un indicador de la **fuerza y la dirección** de la relación existente en un par de indicadores dicotómicos, mientras que la

Similitud – es un indicador de la **fuerza de dicha relación** únicamente.

Fuentes de información

Para el análisis de la “asociación”/similitud entre indicadores de privación

- a) Nos centraremos en los scores de **privación dicotómicos**, que toman dos valores, 0 o 1.
- b) Emplearemos **dos fuentes** de información distintas:
 - Indicadores de privación brutos → tasas de privación brutas
 - Indicadores de privación censurados → tasas de privación censuradas
- c) Y usaremos una tabla de contingencia o **cross-tab**.

Esta constituye el instrumento principal para la representación de las relaciones entre indicadores dicotómicos, en nuestro caso de privación

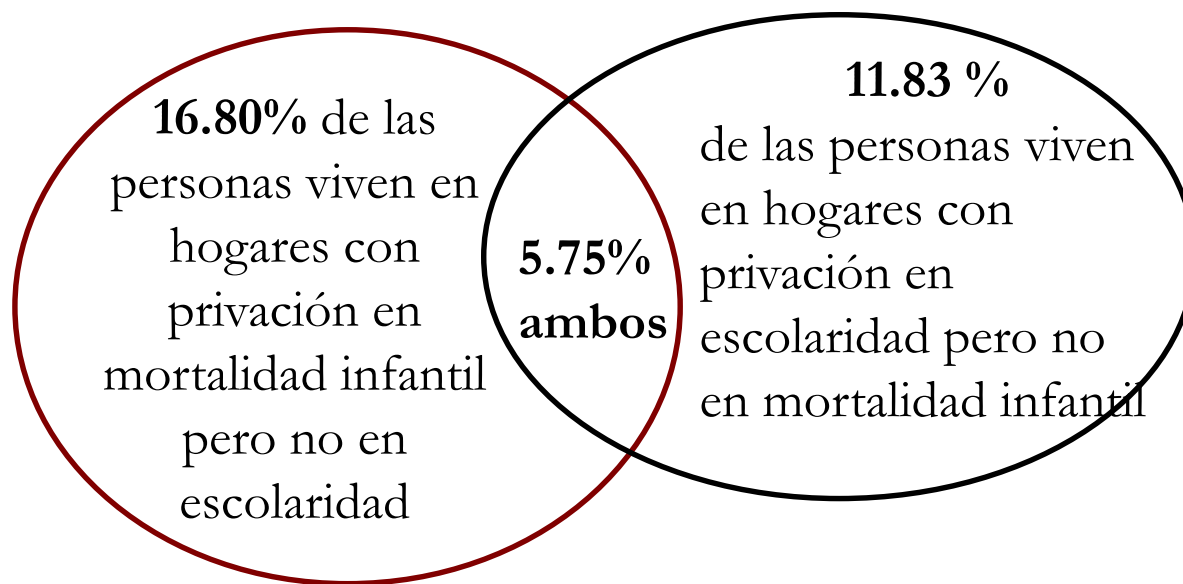
Ejemplo

India NFHS submuestra (2005-6)

Tasa de privación bruta
en mortalidad infantil

22.55%

17.58% Tasa de privación bruta en
escolaridad



Es que aquellos que sufren privación en un indicador son los mismos que sufren privación en el otro? Como podemos ver esto?

La tabla de contingencia nos permitirá estudiar la distribución conjunta

La distribución conjunta: tabla de contingencia

Tasas de Incidencia Brutas

Agua potable (I)	Mortalidad infantil (J)		
	No Privado = 0	Privado = 1	Total
No Privado = 0	4	2	6
Privado = 1	1	3	4
Total	5	5	10

Tasas de incidencia bruta: Agua potable=40%, Mortalidad infantil= 50%

Pregunta: Que información de la tabla podemos utilizar para medir la asociación?

Una medida de similitud *: “R”

Si dos indicadores de privación/pobreza no son independientes, y por lo menos una de las distribuciones marginales n_{1+} , n_{+1} es diferente de cero, P se define como:

$$P = \frac{n_{11}}{\min[n_{1+}, n_{+1}]} \in [0,1]$$

Fuentes de información utilizadas para calcular R:

n_{11} numero de personas que están privadas en los dos indicadores (concordancias) → **Distribución conjunta**
 n_{1+} , n_{+1} tasa de privación (censurada o no) → **Dist. marginales**

*** Similitud** refleja la fuerza de las “concordancias”;

Interpretando “R”

Un valor de $R = 90\%$ indica que 90% de las personas que están privadas en el indicador con la tasa de incidencia (bruta) más baja, también están privadas en el otro indicador.

Que podemos concluir sobre esta elevada similitud?

Un elevado valor de R no es bueno o malo por si mismo.

La conclusión sobre la inclusión/exclusión de los indicadores requiere reflexión. Esto conlleva analizar:

Redundancia

Justificación para su exclusión/inclusión:

Los indicadores tienen una justificación normativa o de monitoreo para ser incluidos de manera individual

Ejemplo:

Analizando el combustible
para cocinar:

		Fuel		
		Average	Number	Coefficient
		P	of	Variation
Indicator with the lowest Censored Headcount	Schooling	(%)	Countries	of P
		97	15	0.05
	Enrolment	94	15	0.12
	Ch.Mortality	94	15	0.10
	Nutrition	93	15	0.12
	Elect.	98	15	0.03
	Sanit	99	12	0.01
	Water	98	15	0.03
	Floor	99	15	0.02
	Assets	98	15	0.04

Niveles de R muy altos, **Redundancia?**

Correlación o similitud?

Que sucedería si calculamos las correlaciones entre indicadores dicotómicos 0, 1 y obtenemos un patrón diferente de correlación comparado al obtenido con la medida “R”.

Cómo podríamos explicarlo?

La correlación está basada en todas las entradas de la tabla de contingencia:

- la tasa de incidencia bruta de cada indicador

- la privaciones concordantes

- las privaciones discordantes

Pero es correcto calcular una correlación con este tipo de variables?

La Tabla de Contingencias

Formalmente:

Mortalidad Infantil

Agua potable	No privado = 0	Privado = 1	Total
No privado = 0	n_{00}	n_{01}	n_{0+}
Privado = 1	n_{10}	n_{11}	n_{1+}
Total	n_{+0}	n_{+1}	n

$$n = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J n_{ij}$$

n_{ij} Denotan las frecuencias por celda

n_{i+}, n_{+j} Denotan las **distribuciones marginales** por fila y columna

La correlación

Cramer V es la medida más popular de asociación entre dos variables nominales, esto debido a su rango de variación.

$$V = \frac{\overbrace{n_{00}n_{11}}^{\text{concordancias}} - \overbrace{n_{01}n_{10}}^{\text{discordancias}}}{\underbrace{(n_{0+}n_{1+}n_{+0}n_{+1})}_{\text{distribuciones marginales}}^{1/2}}, \in [-1,1]$$

En el caso 2 x 2, V varia entre 0 y ± 1 . Toma los valores extremos cuando las variables son (estadísticamente) independientes (0) o “completamente asociadas o disociadas” (± 1).

Sin embargo, cuando las variables son **dicotómicas** (0-1), el coeficiente de **correlación** de Pearson es **igual** a la medida de asociación Cramer V .

Ejemplo - Bangladesh DHS

Caso I

Años de escolaridad (I)	Asistencia a la escuela (J)		
	No privado= 0	Privado= 1	Total
No privado=0	71%	9%	80%
Privado= 1	14%	6%	20%
Total	85%	15%	100%

$$R = \frac{n_{11}}{\min[n_{1+}, n_{+1}]} = 0.379 \quad V = \frac{n_{00}n_{11} - n_{01}n_{10}}{[n_{0+}n_{1+}n_{+0}n_{+1}]^{1/2}} = 0.196$$

Ejemplo - Mozambique DHS

Caso II

Asistencia a la escuela (J)

Años de escolaridad (I)	No Privado= 0	Privado= 1	Total
No Privado=0	47%	15%	62%
Privado= 1	22%	16%	38%
Total	69%	31%	100%

$$R = \frac{n_{11}}{\min[n_{1+}, n_{+1}]} = 0.528 \quad V = \frac{n_{00}n_{11} - n_{01}n_{10}}{[n_{0+}n_{1+}n_{+0}n_{+1}]^{1/2}} = 0.199$$

Dos países con patrones de privación **muy distintos** tienen el mismo coeficiente de asociación V, pero medidas de similitud “R” diferentes.

Correlación vs. Similitud - “R”

Matriz de Correlaciones

	Escolaridad	Matricula	Agua	Combustible
Escolaridad	1.000	0.199	0.330	0.139
Matricula		1.000	0.188	0.111
Agua			1.000	0.201
Combustible				1.000

Medida “P”

	Escolaridad	Matricula	Agua	Combustible
Escolaridad			0.776	0.999
Matricula	0.529		0.708	0.997
Agua				0.999
Combustible				

*Indicador con
la tasa de
privación más
baja* ➔

Ma

La correlación entre agua potable y escolaridad es más ALTA que la correlación entre escolaridad y combustible para cocinar.

“P”

Esc

Matricula

Agua

Combustible

1.000

Agua

Combustible

0.330

0.139

0.188

0.111

1.000

0.201

1.000

Medida “P”

Escolaridad

Matricula

Agua

Combustible

Escolaridad

Matricula

Agua

Combustible

0.776

0.999

0.708

0.997

0.999

Sin embargo la similitud muestra lo opuesto.

Indicador con la tasa de privación más baja →

Tabita, Kenya

Rabiya, India

Stephanie, Madagascar

Agathe, Madagascar

Dalima, Kenya

Ann-Sophie, Kenya

Valérie, Madagascar

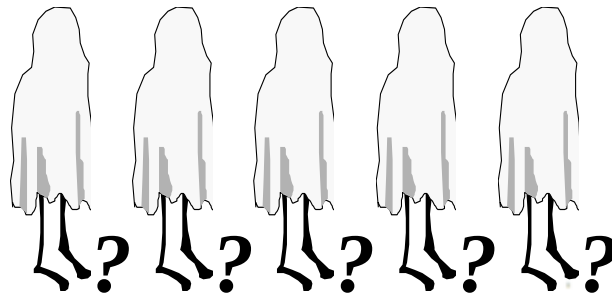


Errores Estándar

Esta sesión

¿Cuál es la precisión de mis medidas?

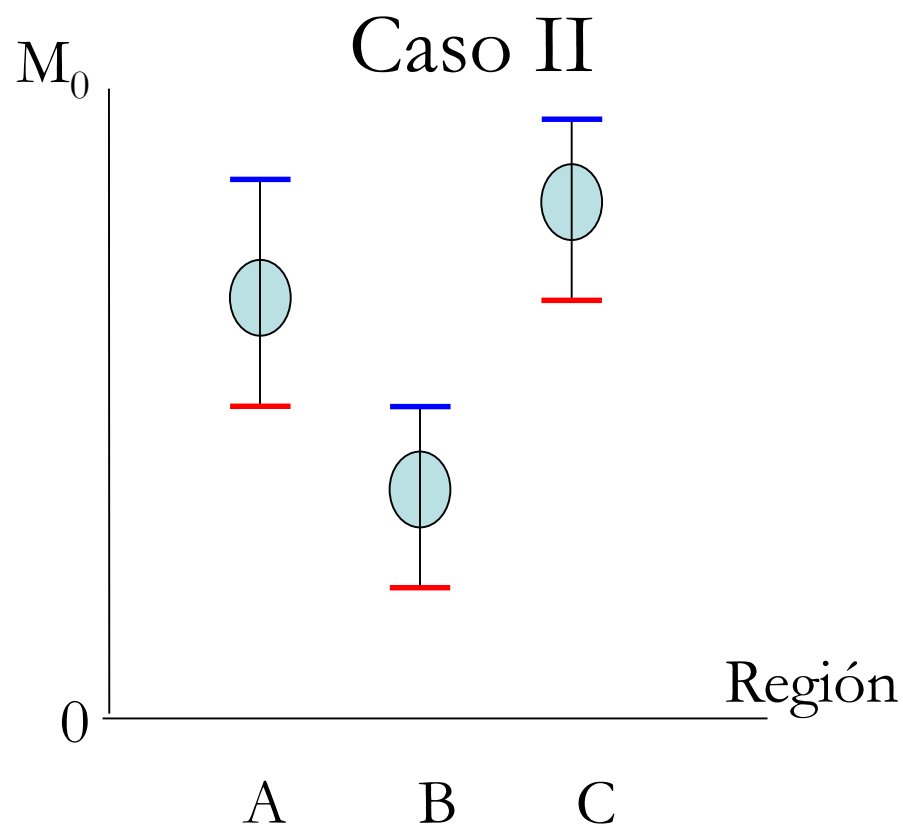
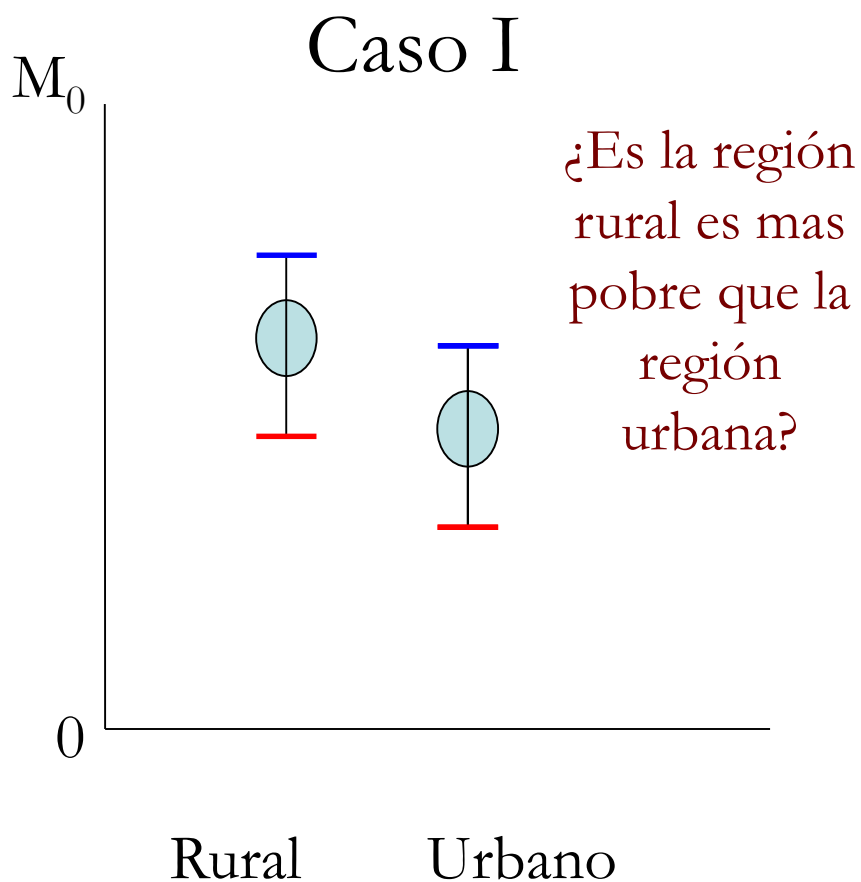
Si uso estas medidas para definir políticas, ¿cuál es la probabilidad que estén equivocadas?



Objetivo

Comprender que para una buena aplicación y empleo transparente de medidas de pobreza del tipo M^α en políticas públicas el analista debe reportar estadísticas asociadas al error de muestreo, en la forma de errores estándares e intervalos de confianza.

¿Son los valores de M_0 diferentes?



Vamos a comparar los IC

¿Cómo obtener el error estándar?

Para calcular el error estándar asociado a una medida de la familia M^α podemos utilizar:

1. **Errores estándar analíticos**: “Fórmulas” que nos dan el valor exacto o una aproximación asintótica del error estándar (Yalonetky, 2010).
2. Métodos de **re-muestreo** como “bootstrap” (Alkire y Santos, 2014).

El enfoque analítico

Está basado en dos supuestos:

1. La muestra proviene de una población infinitamente grande
 - Enfoque de sobrepoblación
2. La muestra assume que ésta fue obtenida por medio de un muestreo con reemplazo.

Enfoque de Re-muestreo

Método de 'Bootstrap' (Efron and Tibshirani (1993))

1. Se extrae una serie de submuestras aleatoria de la muestra original
2. De cada submuestra se estiman los estadisticos de pobreza
3. Asumiendo que estas submuestras son i.i.d se calcula la desviación standard de los estimadores.

El enfoque analítico vs. el enfoque de Re-muestreo

1. A diferencia del enfoque analítico Bootstrap no paramétrico no requiere inferencia basada en el TCL
2. Sin embargo el cálculo de los Errores Estandar puede complicarse cuando la forma del estadístico es compleja.
(Biewen 2002)

Inferencia estadística: Corte transversal

One sample test: Can we reject the claim ‘Goa’s M_0 is 0.05’?

State	M_0	95% Confidence Interval	
		Lower Bound	Upper Bound
Goa	0.057	0.045	0.069

Two sample test: Can we reject the claim ‘Punjab’s M_0 is the same as Goa’s M_0 ’?

State	M_0	Difference	Statistically Significant?
Goa	0.057	0.31	
Punjab	0.088		

Inferencia estadística: Corte transversal

One sample test: Can we reject the claim ‘Goa’s M_0 is 0.05’?

State	M_0	95% Confidence Interval	
		Lower Bound	Upper Bound
Goa	0.057	0.045	0.069

Two sample test: Can we reject the claim ‘Punjab’s M_0 is the same as Goa’s M_0 ’?

State	M_0	Difference	Statistically Significant?
Goa	0.057	0.31	Yes
Punjab	0.088		

Inferencia estadística: Inter-temporal

	Year 1		Year 2		Statistical significance of the change
Panel I: Multidimensional Poverty Index (MPI)					
Nepal 2006–2011	0.35	–(0.013)	0.217	–(0.012)	***
Peru 2005–2008	0.085	–(0.007)	0.066	–(0.004)	*
Rwanda 2005–2010	0.46	–(0.005)	0.33	–(0.006)	***
Senegal 2005–2010/11	0.44	–(0.019)	0.423	–(0.010)	

Source: Alkire, Roche, Vaz (2015), ***statistically significant at $\alpha=1\%$,
 **statistically significant at $\alpha=5\%$, *statistically significant at $\alpha=10\%$

Robustez y Análisis de Dominancia

Objetivo

Comprender **cuán sensibles** son las recomendaciones de política pública a las decisiones tomadas en la construcción de la medida de pobreza.

Puede darse el caso que la medida cambie radicalmente ante cambios en el valor de parámetros de los cuales uno no está muy seguro.

Nota: Uno siempre debe tener en mente los usos de la medida
Uno debe testear la robustez de la medida en función del
objetivo de ésta

Antes de testar la robustez de la medida, debemos identificar cuáles son las comparaciones relevantes para política pública.

Ejemplos:

El Gobierno Central puede tener como objetivo asignar su presupuesto en función del IPM en cada **región** >> *Hay que testar si las comparaciones regionales son robustas.*

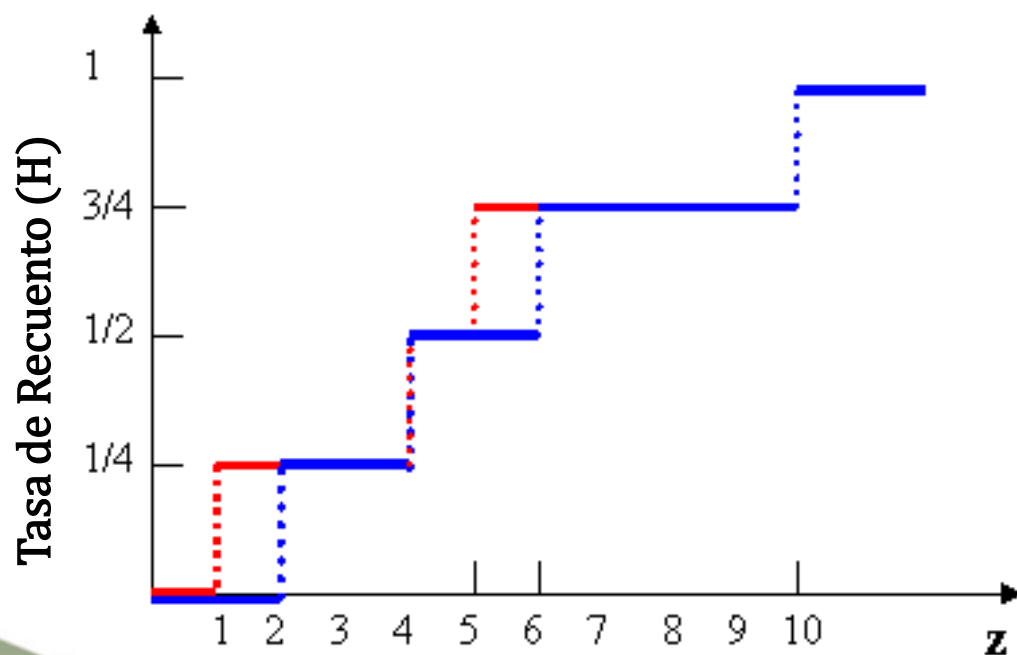
Un ministro quiere mostrar que la mayor reducción de la pobreza ha ocurrido en determinada región/dimensión >> *Hay que testar las tendencias.*

Análisis de Dominio en el Contexto Multidimensional

Recordemos: FSD Unidimensional

Dominancia Estocástica de Primer Orden

Ejemplo de FSD: Supongamos $x = (2, 4, 6, 10)$, $y = (1, 4, 5, 10)$



La distribución y esta siempre a la derecha de la distribución x .

Por lo tanto, x FSD y .
Esto indica que x tiene siempre una tasa de incidencia de pobreza menor que y .

Dominancia en el caso de H y M_0

Pregunta: Dado un vector de ponderaciones y un vector de líneas de corte, ¿cuándo podemos concluir que una distribución tiene un nivel más alto de H o M_0 , para *cualquier* línea de pobreza (k)?

Respuesta: Para responder a esta pregunta usamos un concepto similar al utilizado por la dominancia estocástica unidimensional.

Alkire y Foster (2011)

Dominancia para H y M_0

Considere la siguiente matriz de privaciones:

	Ingreso	Años de educación	Saneamiento (Mejorado)	Acceso a Electricidad
$g^0 =$	0	0	0	0
	1	0	0	1
	1	1	1	1
	0	1	0	0
$z =$	500	12	1	1

Dominancia para H y M_0

Considerando ponderaciones iguales, el vector de conteo c es

	Ingreso	Años de educación	Saneamiento (Mejorado)	Acceso a Electricidad	
$g^0 =$	0	0	0	0	0
	1	0	0	1	2
	1	1	1	1	4
	0	1	0	0	1
$z =$	500	12	1	1	

Dominancia para H y M_0

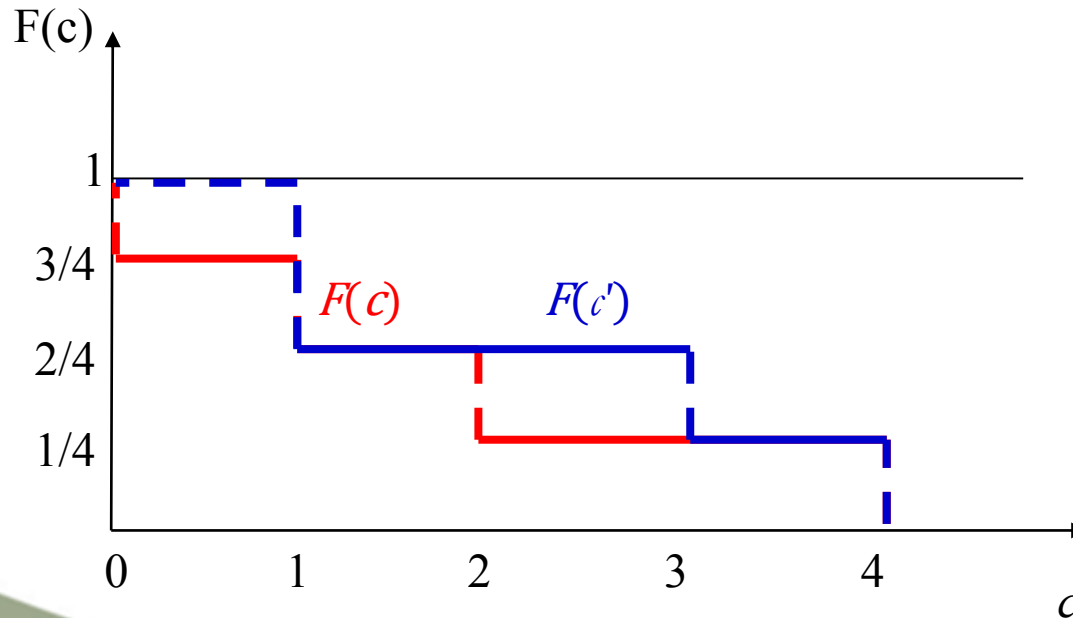
Resultado (Alkire y Foster, 2011)

- Si el vector de conteo c de la distribución X domina estocásticamente en primer grado al vector c' de X' , uno puede concluir que para cualquier línea de pobreza k :
 - a) No existe un valor de H o M_0 mayor en X que en X' , y
 - b) Existe un valor de H y M_0 estrictamente menor en X respecto a X' para algún k .

Sin embargo note que las funciones de distribución tienen un declive negativo

Ejemplo

Considere dos distribuciones con los siguientes vectores conteo: $c = (0, 1, 2, 4)$ y $c' = (1, 1, 3, 4)$

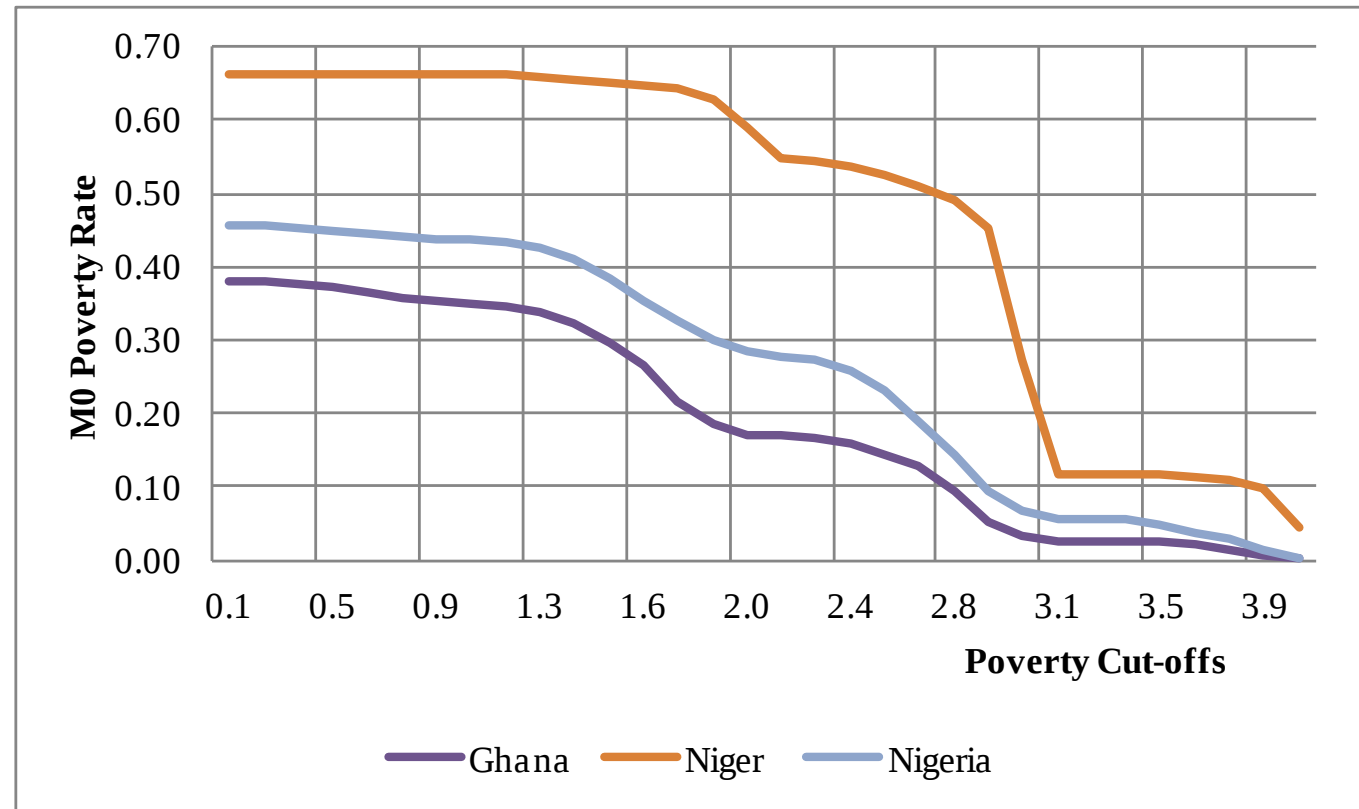


¿Hay alguna línea de pobreza (k) para la cual hay mayor pobreza en c que en c' ?

Curva M_0

Hay dominancia en términos de M_0 para todos los k

En el caso de encuestas por muestreo, tenemos que calcular los intervalos de confianza para poder concluir sobre la dominancia.



Fuente: Batana (2008)

Robustez

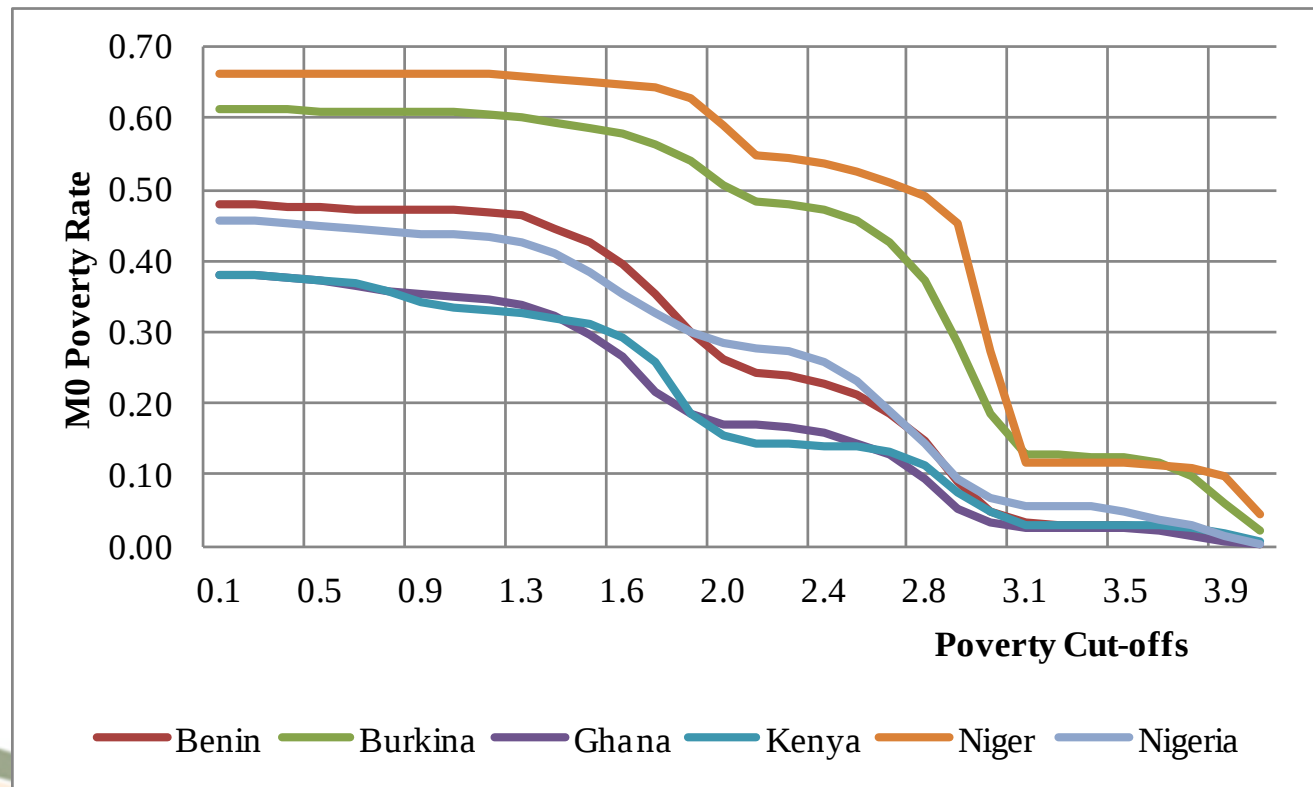
¿Por qué necesitamos los tests de robustez?

Dominancia es un caso extremo de robustez

Condiciones de Dominancia Estocástica (DS) son útiles para análisis de pares de distribuciones. Sin embargo, estas condiciones pueden ser demasiado rigurosas para la mayoría de los países.

¿Por qué necesitamos los tests de robustez?

Note debajo que no hay dominancia entre todos los países
(Batana 2008)



Robustez de las Comparaciones

¿Cómo podemos evaluar jerarquías/ordenaciones de países o regiones cuando:

- Cambia la línea de pobreza?
- Cambian las ponderaciones?
- Cambian los umbrales de privación?

Medición de la Robustez de las Comparaciones

- Un método útil para comparar la robustez de las jerarquías/ordenaciones es calcular los coeficientes de correlación de rango
 - Coeficiente de correlación de Spearman
 - Coeficiente de correlación de Kendall
 - Porcentaje de comparaciones de pares que son robustas
- Para calcularlo primero ordenamos los países en función de cada especificación
 - Diferentes ponderaciones, líneas de pobreza o umbrales de privación
- Después, comparamos los pares de países y calculamos los coeficientes de correlación de rango

Caso de Estudio: MPI - Robustez

Análisis de Robustez del MPI ante cambios en:

- Pesos
- Línea de pobreza (k)
- Variabilidad muestral

Los resultados de robustez corresponden al MPI 2010.

Robustez ante cambios en los pesos

- Recuerden: el MPI varía entre 0 y 0.642, y la incidencia varía entre 0 y 93%
- Re-ponderando cada dimensión:
 - 33% 50% 25% 25%
 - 33% 25% 50% 25%
 - 33% 25% 25% 50%
- ¿Cuál es el efecto sobre:
 - MPI, H, A?
 - Ranking de países?

Robustez ante cambios en los pesos

		MPI Weights 1		MPI Weights 2	MPI Weights 3
		Equal weights: 33% each (Selected Measure)		50% Education 25% Health 25% LS	50% Health 25% Education 25% LS
MPI Weights 2	50% Education	Pearson	0.992		
	25% Health	Spearman	0.979		
	25% LS	Kendall (Taub)	0.893		
MPI Weights 3	50% Health	Pearson	0.995	0.984	
	25% Education	Spearman	0.987	0.954	
	25% LS	Kendall (Taub)	0.918	0.829	
MPI Weights 4	50% LS	Pearson	0.987	0.965	0.975
	25% Education	Spearman	0.985	0.973	0.968
	25% Health	Kendall (Taub)	0.904	0.863	0.854
Number of countries:		109			

Robustez ante cambios en los pesos

En síntesis:

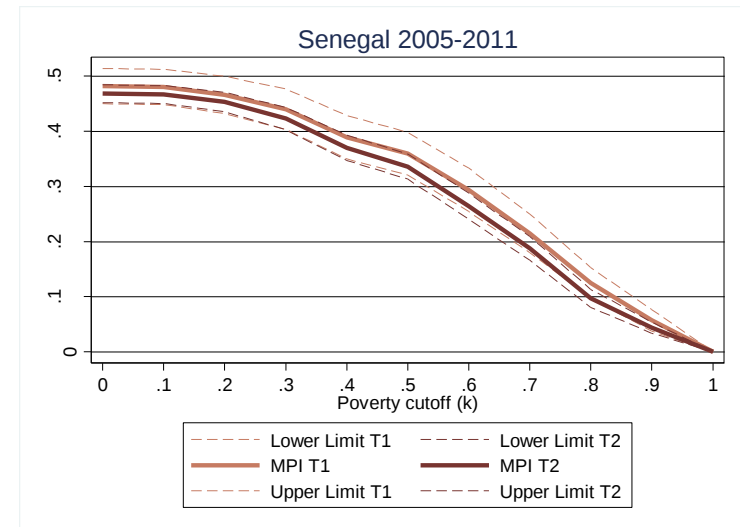
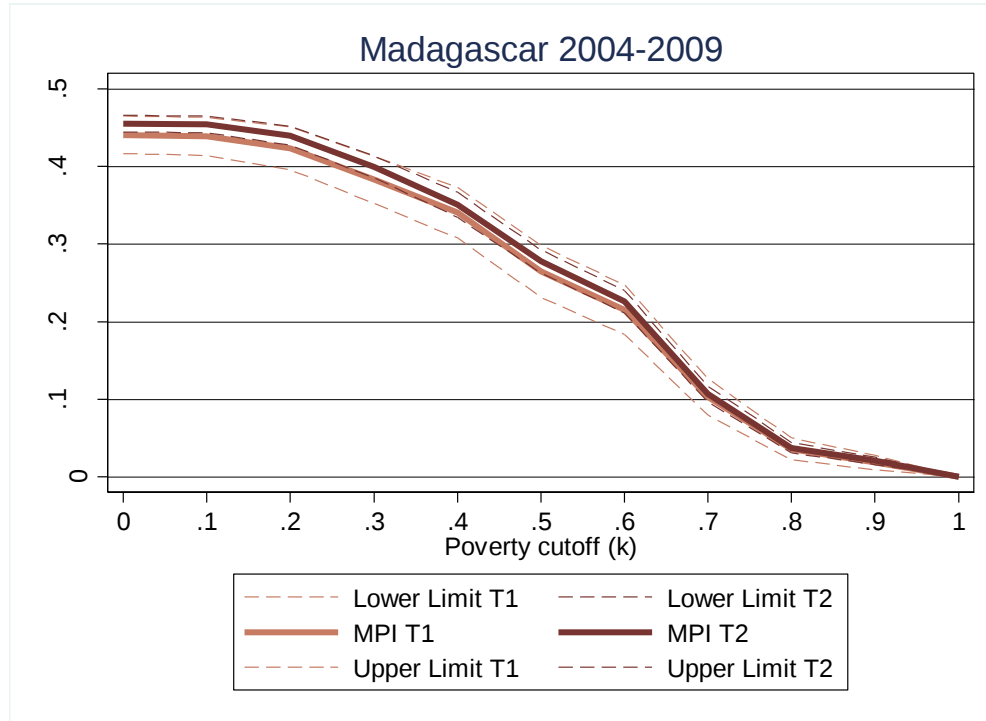
- Altas correlaciones: 0.97 y superior
- Alta concordancia en rankings: 0.90 y superior
- 85% de todas las comparaciones de a pares son robustas

Robustez ante cambios en la línea de pobreza, k

- 90% de todas las posibles comparaciones de a pares son robustas para k entre 20 y 40%.
- Test más estricto: usando bootstrap
 - Computar por bootstrap el intervalo de confianza (95%) del MPI para cada valor de k .
 - Realizar comparaciones de a pares: dados dos países, A y B, B domina a A si el límite inferior del MPI de A (estimado por bootstrap) es estrictamente mayor que el límite superior del MPI de B (estimado por bootstrap), para todos los posibles valores de k .
 - **Se encuentran comparaciones robustas (bootstrap) en 87.4% de todos los casos para k entre 20 y 40%.**

Análisis de robustez – cambios en la línea de pobreza, k

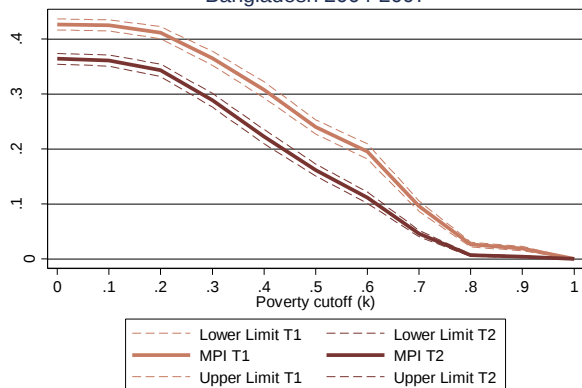
Entre países que no muestran un progreso significativo



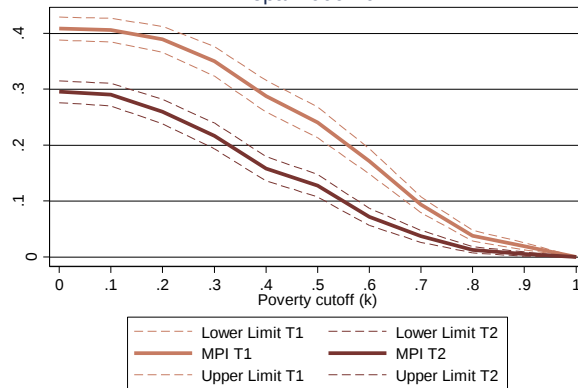
Análisis de robustez – cambios en la línea de pobreza, k

Entre países que muestran un progreso substancial

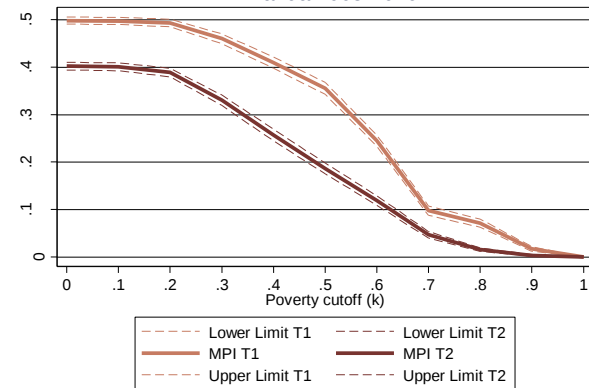
Bangladesh 2004-2007



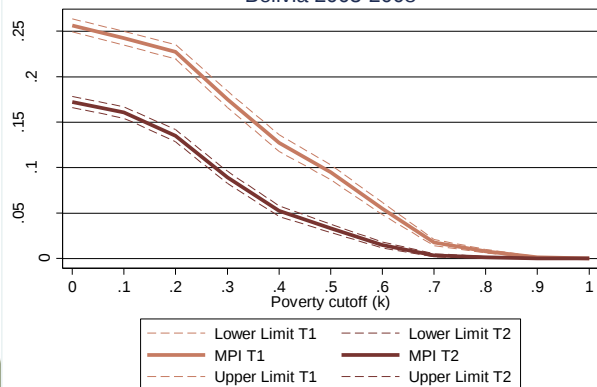
Nepal 2006-2011



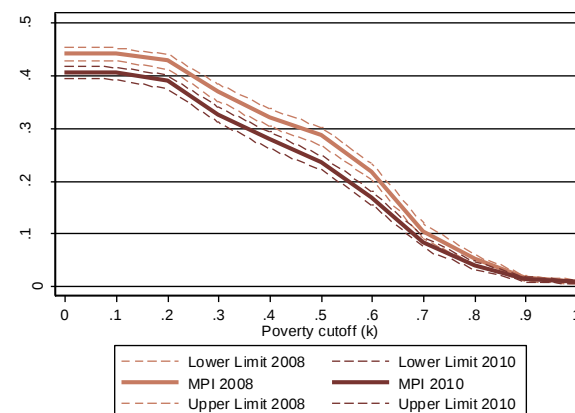
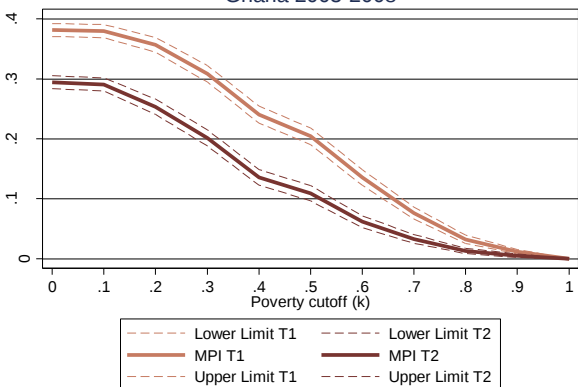
Rwanda 2005-2010



Bolivia 2003-2008



Ghana 2003-2008



Tabita, Kenya



Rabiya, India



Stephanie, Madagascar



Agathe, Madagascar



Dalima, Kenya



Ann-Sophie, Kenya



Valérie, Madagascar



Gracias