

Metodología Alkire-Foster para la construcción de un índice de pobreza multidimensional

Sabina Alkire (OPHI y GW)

Lima, marzo 2016

Tabita, Kenya

Rabiyi, India

Stephanie, Madagascar

Agathe, Madagascar

Dalmo, Kenya

Ann-Sophie, Kenya

Valérie, Madagascar



Metodología Alkire-Foster (2007, 2011)

- Identificación del Pobre: Líneas duales
 - Línea de privación: Cada privación cuenta
 - Línea de Pobreza: En términos de valores agregados de privación
- Agregación entre los pobres: FGT ajustado reduce a FGT en un caso de una sola variable.
- Medida Clave: Nivel de incidencia ajustado $M_0 = IPM = HA$
 - H es el porcentaje de la población identificada como pobre
 - A es el promedio de dimensiones privadas que la población sufre al mismo tiempo, o intensidad

Observaciones

- La metodología de la pobreza multidimensional incluye identificación y agregación (Sen 1976)
- Identificación es de importancia crítica.
- Axiomas son restricciones a la identificación y agregación
 - Restricciones conjuntas en la identificación y la agregación
- Descomposición por sub grupos, y (post identificación) por factor es clave para políticas públicas.
 - Descomposición por sub grupo clave para focalización
 - Desglosado por dimensión: clave para la coordinación de políticas publicas

Esta Metodología

- Alkire, S. and Foster, J. 2007. Counting and Multidimensional Poverty Measurement. OPHI Working Paper 7.
- Alkire, S. and Foster, J. 2011. Counting and Multidimensional Poverty Measurement. *Journal of Public Economics*.
- Alkire, S. and Foster, J. 2011. Understandings and Misunderstandings of Multidimensional Poverty Measurement. *Journal of Economic Inequality*.
- Alkire, S. J. Foster and M.E. Santos. 2011. Where did Identification Go? *Journal of Economic Inequality*
- Alkire, S. J. Foster, S. Seth, M.E. Santos, J.M.Roche, P. Ballon. *Multidimensional Poverty Measurement & Analysis* (OUP, 2015).

<http://www.ophi.org.uk/research/multidimensional-poverty/>

Desafío

- Un gobierno desearía crear un índice oficial de pobreza multidimensional

Desiderata

- Debe ser fácil de entender y describir
- Debe estar de acuerdo con nociones de pobreza de “sentido común”
- Debe permitir focalizar programas de reducción de pobreza, monitorear cambios y guiar la política pública
- Debe ser técnicamente sólido
- Debe ser viable
- Debe ser fácil de replicar

¿Que recomendarías?

Pasos a seguir

Elegir

- Propósito del índice (monitorear, focalizar, otro)
- La unidad de análisis (individuo, hogar)
- Dimensiones
- Indicadores
- Umbrales de privación para cada indicador
- Ponderaciones de indicadores/dimensiones
- **Método de Identificación**
- **Método de Agregación**

En esta parte de la presentación...

- Asumimos que el propósito, las variables, los umbrales de privación han sido seleccionados.
- Nos concentramos en la **metodología** para medir la pobreza
- **Identificación**
- **Agregación**
- Nótese: El paso de identificación es mas difícil cuando hay muchas dimensiones

Revisión: Pobreza unidimensional

Variable – ingreso

Identificación – línea de pobreza

Agregación – Foster-Greer-Thorbecke (FGT) '84

Ejemplo Ingreso = (7,3,4,8) Línea de Pobreza $z = 5$

Vector de Privación $g^0 = (0,1,1,0)$

Tasa de incidencia $P_0 = \mu(g^0) = 2/4$

Vector de Brecha normalizado $g^1 = (0, 2/5, 1/5, 0)$

Brecha de Pobreza $P_1 = \mu(g^1) = 3/20$

Cuadrado del vector de la brecha $g^2 = (0, 4/25, 1/25, 0)$

Medida FGT = $P_2 = \mu(g^2) = 5/100$

Datos Multidimensionales

- Matriz de valores de bienestar para n personas en d dominios

		Dominios					
$y =$		13.1	14	1	1		Personas
		15.2	7	1	0		
		12.5	10	0	0		
		20	11	1	1		

Datos Multidimensionales

- Matriz de valores de bienestar para n personas en d dominios

		Dominios					
$y =$		13.1	14	1	1	Personas	
		15.2	7	1	0		
		12.5	10	0	0		
		20	11	1	1		
$z =$		13	12	1	1	Cortes	

Matriz de Privaciones

- Reemplazar entadas: 1 si hay privado, 0 si no hay privación.

	Dominios				
$y =$	13.1	14	1	1	Personas
	15.2	<u>7</u>	1	<u>0</u>	
	<u>12.5</u>	<u>10</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	
	20	<u>11</u>	1	1	
$z =$	13	12	1	1	Cortes

Matriz de Privaciones

- Reemplazar entadas: 1 si hay privado, 0 si no hay privación.

Dominios					Personas
$g^0 =$	0	0	0	0	
	0	1	0	1	
	1	1	1	1	
	0	1	0	0	

Matriz de Brecha Normalizada

- Brecha Normalizada = $(z_j - y_{ji})/z_j$ si hay privación, 0 si no hay privación

Dominios					
$y =$	13.1	14	1	1	Personas
	15.2	<u>7</u>	1	<u>0</u>	
	<u>12.5</u>	<u>10</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	
	20	<u>11</u>	1	1	

$z =$	13	12	1	1	Cortes
-------	----	----	---	---	--------

- Estas entradas están bajo el umbral

Matriz de brecha Normalizada

- Brecha Normalizada = $(z_j - y_{ji})/z_j$ si hay privación, 0 si no hay privación

		Dominios					
$g^1 =$		0	0	0	0		Personas
		0	0.42	0	1		
		0.04	0.17	0.67	1		
		0	0.08	0	0		

Matriz de brecha al Cuadrado

- Brecha al Cuadrado = $[(z_j - y_{ji})/z_j]^2$ si hay privación,
0 si no hay privación

		Dominios					
$g^2 =$		0	0	0	0	Personas	
		0	0.176	0	1		
		0.002	0.029	0.449	1		
		0	0.006	0	0		

Identificación

- Matriz de privaciones

Dominios					Personas
$g^0 =$	0	0	0	0	
	0	1	0	1	
	1	1	1	1	
	0	1	0	0	

Identificación – Contando privaciones

Dominios					c
$g^0 =$	0	0	0	0	0
	0	1	0	1	2
	1	1	1	1	4
	0	1	0	0	1

Quién es pobre?

Identificación – Enfoque de la unión

- Quién es pobre?
- Pobre si es privado en cualquier dimensión $c_i \geq 1$

Dominios					c
$g^0 =$	0	0	0	0	0
	0	1	0	1	2
	1	1	1	1	4
	0	1	0	0	1

Identificación – Enfoque de la unión

- Quién es pobre?
- Pobre si es privado en cualquier dimensión $c_i \geq 1$

	Dominios				c
$g^0 =$	0	0	0	0	0
	0	1	0	1	<u>2</u>
	1	1	1	1	<u>4</u>
	0	1	0	0	<u>1</u>

- Enfoque de Unión generalmente predice números mas grande.
- Chakravarty et al '98, Tsui 2002, Bourguignon & Chakravarty 2003 etc. usan el enfoque de unión.

Identificación – Enfoque de intersección

- Quién es pobre?
- Pobre si es privado en todas las dimensiones $c_i = d$

Dominios					c
$g^0 =$	0	0	0	0	0
	0	1	0	1	2
	1	1	1	1	4
	0	1	0	0	1

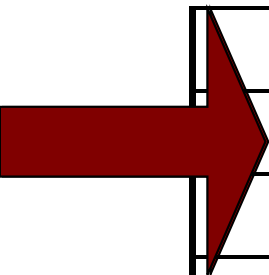
Identificación – Enfoque de intersección

- Quién es pobre?
- Pobre si es privado en todas las dimensiones $c_i = d$

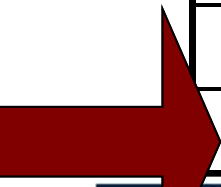
	Dominios				c
$g^0 =$	0	0	0	0	0
	0	1	0	1	2
	1	1	1	1	<u>4</u>
	0	1	0	0	1

- Altos requerimientos (especialmente cuando d es largo)
- Generalmente identifica un pequeño segmento de la población
- Atkinson 2003 primero en nombrar unión e intersección

Identificación – El problema empírico



$k =$	H
Union 1	91.2%
2	75.5%
3	54.4%
4	33.3%
5	16.5%
6	6.3%
7	1.5%
8	0.2%
9	0.0%
Inters. 10	0.0%



Pobreza en India para 10 dimensiones:

91% de población podría ser focalizado usando unión

0% usando interseccion

Necesita algo en el Medio.

(Alkire and Seth 2009)

Identificación - Enfoque de corte dual

- Quién es pobre?
- Pobre si es privado $c_i \geq k$ dimensiones

Dominios					c
$g^0 =$	0	0	0	0	0
	0	1	0	1	2
	1	1	1	1	4
	0	1	0	0	1

Identificación - Enfoque de corte dual

- Quién es pobre?
- Pobre si es privado $c_i \geq k$ dimensiones (Ej. $k=2$)

	Dominios				c
$g^0 =$	0	0	0	0	0
	0	1	0	1	<u>2</u>
	1	1	1	1	<u>4</u>
	0	1	0	0	1

Incluye ambos enfoque de unión ($k = 1$) e intersección ($k = d$)

Agregación

- Censurar los datos de los no pobres

	Dominios				c
$g^0 =$	0	0	0	0	0
	0	1	0	1	<u>2</u>
	1	1	1	1	<u>4</u>
	0	1	0	0	1

Agregación

- Censurar los datos de los no pobres

	Dominios				$c(k)$
$g^0(k)=$	0	0	0	0	0
	0	1	0	1	<u>2</u>
	1	1	1	1	<u>4</u>
	0	0	0	0	0

- Similarmente para $g^1(k)$, etc.

Agregación – Tasa de recuento

- Censurar los datos de los no pobres

	Dominios				c(k)
$g^0(k)=$	0	0	0	0	0
	0	1	0	1	<u>2</u>
	1	1	1	1	<u>4</u>
	0	0	0	0	0

- Dos de cuatro personas: $H = 1/2$

Crítica

- Suponga que el numero de privaciones aumenta para la persona 2

	Dominios				c(k)
$g^0(k)=$	0	0	0	0	0
	1	1	0	1	<u>3</u>
	1	1	1	1	<u>4</u>
	0	0	0	0	0

- Dos de cuatro personas: **H = 1/2**
- No hay cambio!** => Viola ‘monotonicidad dimensional’

Agregación

- Regresemos a la matriz original

	Dominios				$c(k)$
$g^0(k)=$	0	0	0	0	0
	0	1	0	1	<u>2</u>
	1	1	1	1	<u>4</u>
	0	0	0	0	0

Agregación

- Necesitamos aumentar información
- % de privaciones entre los pobres

	Dominios				c(k)	c(k)/d
$g^0(k)=$	0	0	0	0	0	
	0	1	0	1	<u>2</u>	2/4
	1	1	1	1	<u>4</u>	4/4
	0	0	0	0	0	

Agregación

- Necesitamos aumentar información
- % de privaciones entre los pobres

	Dominios				c(k)	c(k)/d
$g^0(k)=$	0	0	0	0	0	
	0	1	0	1	<u>2</u>	2/4
	1	1	1	1	<u>4</u>	4/4
	0	0	0	0	0	

- $A =$ promedio de la proporción de privaciones entre los pobres $= 3/4$

Agregación – Tasa de Recuento Ajustada

- Tasa de Recuento Ajustada = $M0 = HA = \mu(g^0(k)) = 6/16 = .375$

	Dominios				c(k)	c(k)/d
$g^0(k)=$	0	0	0	0	0	
	0	1	0	1	<u>2</u>	2/4
	1	1	1	1	<u>4</u>	4/4
	0	0	0	0	0	

Agregación – Tasa de Recuento Ajustada

- Tasa de Recuento Ajustada = $M0 = HA = \mu(g^0(k)) = 7/16 = .44$

	Dominios				c(k)	c(k)/d
$g^0(k) =$	0	0	0	0	0	
	1	1	0	1	<u>3</u>	3/4
	1	1	1	1	<u>4</u>	4/4
	0	0	0	0	0	

- Ahora $A = 7/8$
- Nota: si la persona 2 sufre de una privación adicional, $M0$ aumenta $\Rightarrow$ Satisface la monotonicidad dimensional

Tasa de Recuento Ajustada $M_0 = IPM$

- Válida para datos ordinales (identificación & agregación) – es robusta a transformaciones monótonicas de los datos.
- Similar a la brecha tradicional $P1 = HI$; aquí = HA
- Fácil de calcular, fácil de interpretar
- Puede ser desagregada por dimensión – políticas
- Resultados de dominancia
- Nota: puede ir más allá si las variables son cardinales

Extensión: Pesos Generales

$$g^0 = \begin{matrix} & \text{Dimensiones} \\ \begin{matrix} \text{Personas} \\ \text{Personas} \\ \text{Personas} \\ \text{Personas} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Matris de carencias

Vector de ponderacions $\omega = (.5 \quad 2 \quad 1 \quad .5)$

Extensión: Pesos Generales

$$g^0 = \begin{matrix} & \text{Dimensiones} \\ \begin{matrix} \text{Personas} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & .5 \\ .5 & 2 & 1 & .5 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \end{matrix}$$

Matris de carencias

Vector de ponderacions $\omega = (.5 \quad 2 \quad 1 \quad .5)$

Ejemplo: Ponderaciones - Identificación

$$g^0 = \begin{matrix} & \text{Dimensiones} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & .5 \\ .5 & 2 & 1 & .5 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 0 \\ 2.5 \\ 4 \\ 2 \end{matrix} \end{matrix} \quad \text{Personas}$$

Matris de carencias

Vector de ponderacions $\omega = (.5 \quad 2 \quad 1 \quad .5) \quad k = 2$

La identificacion cambia!

Ejemplo: Ponderaciones - Identificación

$$g^0 = \begin{array}{c} \text{Dimensiones} \\ \left[\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & .5 \\ .5 & 2 & 1 & .5 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{array} \right] \begin{array}{c} 0 \\ \underline{2.5} \\ \underline{4} \\ 2 \end{array} \end{array} \quad \text{Personas}$$

Vector de ponderaciones $\omega =$ **(.5 2 1 .5)** **$k = 2.5$**

Identificación Original: $k=2.5$

Ejemplo: Ponderaciones – Agregación

$k = 2.5$

$$g^0(k) = \begin{matrix} & \text{Dimensiones} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & .5 \\ .5 & 2 & 1 & .5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 0 \\ \underline{2.5} \\ \underline{4} \\ 2 \end{matrix} \end{matrix} \quad \text{Personas}$$

$$M_0 = \text{media de la matriz} = \mu(g^0(k)) = 6.5/16$$

$$H = 2/4$$

$$A = 6.5/8 \quad M_0 = H \times A$$

Agregación: Brecha de Pobreza Ajustada

Si tenemos **datos cardinales** podemos aumentar información de M_0 . Usamos brechas normalizadas

$$g^1(k) = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{Dominios} \end{matrix} & & & \\ & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.42 & 0 & 1 \\ 0.04 & 0.17 & 0.67 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{matrix} \text{Personas} \end{matrix} \end{matrix}$$

Brechas promedio a través de todas las dimensiones donde los pobres sufren privaciones:

$$G = 0.42 + 1 + 0.04 + 0.17 + 0.67 + 1 / 6$$

Agregación: Brecha de Pobreza Ajustada

Brechas de Pobreza Ajustadas = $M_1 = M_0 G = HAG = \mu(g^1(k))$

$$g^1(k) = \begin{matrix} & \text{Dominios} & & \\ & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.42 & 0 & 1 \\ 0.04 & 0.17 & 0.67 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \text{Personas} \end{matrix}$$

Brechas promedio a través de todas las dimensiones donde los pobres sufren privaciones:

$$G = 0.42 + 1 + 0.04 + 0.17 + 0.67 + 1 / 6$$

Agregación: Brecha de Pobreza Ajustada

Brechas de Pobreza Ajustadas = $M_1 = M_0 G = HAG = \mu(g^1(k))$

$$g^1(k) = \begin{matrix} & \text{Dominios} \\ \begin{matrix} \left[\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.42 & 0 & 1 \\ 0.04 & 0.17 & 0.67 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \end{matrix} & \text{Personas} \end{matrix}$$

Obviamente, si las privaciones que sufre una persona pobre en una dimensión se vuelven aun más profundas, entonces M_1 aumentará.

Satisface el axioma de monotonicidad

Agregación: FGT Ajustada

Consideremos la matriz de brechas al cuadrado

FGT ajustada es $M_2 = \mu(g^2(k))$

$$g^2(k) = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{Dominios} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} \hline 0 & 0.42^2 & 0 & 1^2 \\ 0.04^2 & 0.17^2 & 0.67^2 & 1^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} & \text{Personas} \end{matrix}$$

Satisface el axioma de transferencia

Agregación: AF Familia

AF Familia es $M_\alpha = \mu(g^\alpha(t))$ para $\alpha \geq 0$

Dominios

$$g^\alpha(k) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.42^\alpha & 0 & 1^\alpha \\ 0.04^\alpha & 0.17^\alpha & 0.67^\alpha & 1^\alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Personas}$$

Propiedades

- Nuestra metodología satisface un número de propiedades típicas de las medidas de pobreza multidimensional (ampliadas):
 - *simetría,*
normalización
foco en pobreza
foco en privaciones
ordinalidad
 - *invariancia de escala*
invariancia de réplica
monotonicidad débil
reordenamiento débil
desagregación por dimension
- M_0 , M_1 y M_2 satisfacen *monotonicidad dimensional y descomponibilidad*
- M_1 y M_2 satisfacen *monotonicidad* (para $\alpha > 0$) – eso es, son sensibles a cambios en la profundidad de las privaciones en todos los dominios con datos cardinales.
- M_2 satisface el axioma de *transferencia débil* (para $\alpha > 1$).

Los datos ordinales

- Los datos ordinales representan el **orden de rango** de las entidades medidas. Nada se sabe sobre la **distancia** entre las posiciones de los rangos.
- Ejem. 1 2 3 4 = 1 2 3 4
- Por esta razón, operaciones importantes usando datos ordinales deben ser **robustas a transformaciones monotónicas** de los datos (Roberts).
- Comparaciones de mayor y menor *pueden* ser hechas, en adición a igualdad y desigualdad.
- Sumas y restas no tienen sentido.
- La moda y la mediana pueden ser definidas, pero no la media.
- Se pueden definir quintiles, máximos y mínimos.

Los datos ordinales

- La estimación de pobreza no debería variar ante una transformación en la escala de los datos ordinales que respete su orden.
- La medida M_0 satisface este requerimiento.
- Dado que muchas de las variables típicamente consideradas en el análisis multidimensional son ordinales, M_0 es una medida particularmente útil.
- Todos los países han utilizado M_0 su IPM oficial.